1.- Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ en el punto x = 1.

Ecuación recta tangente a f(x) en el punto x = a

$$y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$$

Ecuación recta normal a f(x) en el punto x = a

$$y - f(a) = -1/f'(a) \cdot (x - a)$$

1.- Calcular $f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 2 = 0 \Rightarrow$ Punto de tangencia (a, f(a)) = (1, 0)

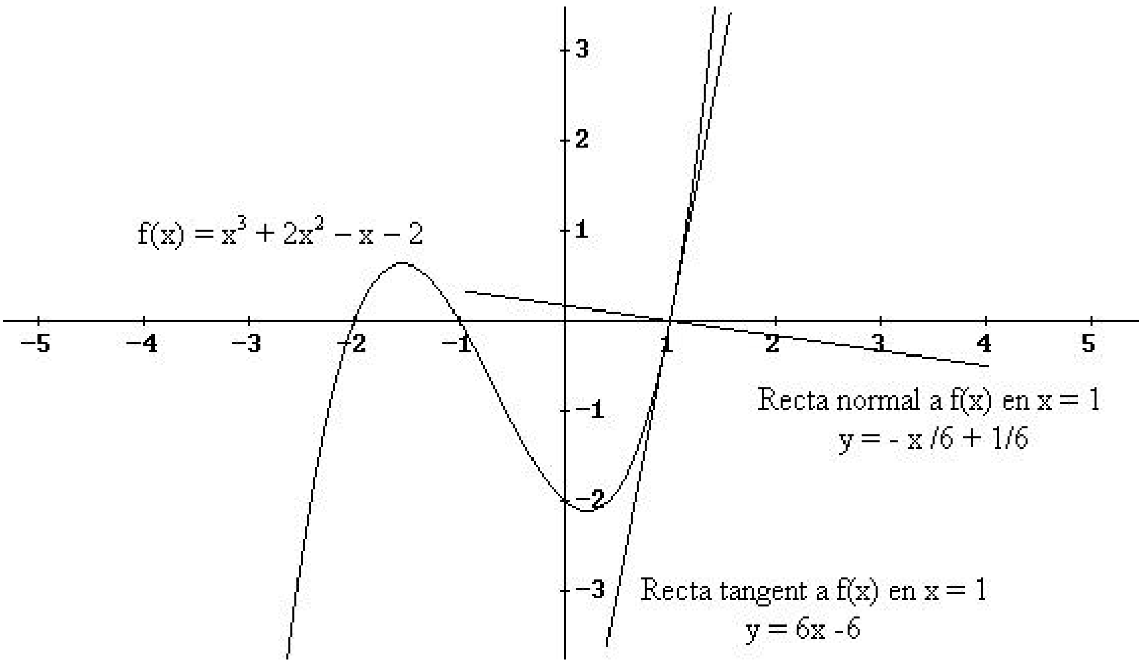
2.- Calcular la derivada de f(x) en el punto x = 1

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 1 = 6$$

3.- Sustituir en las expresiones anteriores

Ecuación recta tangente: $y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1) \Rightarrow y = 6x - 6$

Ecuación recta normal: $y - f(a) = -1/f'(a) \cdot (x - a) \Rightarrow y = -x/6 + 1/6$



2.- Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ 1 - x^2 & 0 < x \leq 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$$

Estudiamos en primer lugar la continuidad. Será necesario ver qué ocurre en x=0 y en x=1.

x=0 los límites laterales coinciden y valen 1 = f(0) → f(x) es continua en x=0

x=1 el límite por la derecha es 1 y el límite por la izquierda 0. El límite no existe por tanto f(x) no es continua en x=1.

Analizamos la derivada en los puntos x=0 y x=1 puesto que en el resto la función es derivable y la derivada es:

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ -2x & 0 < x < 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

En x=0 se observa que los límites laterales son distintos. Esto significa que en este lugar existe un punto anguloso y por tanto la función no es derivable en x=0.

En x=1 puesto que la función no es continua entonces no es derivable.

Observa la gráfica de la función: