Bloque análisis

1.- La curva $y = 1/2\ x^2$ divide al rectángulo de vértices A = (0, 0), B = (2, 0), C = (2, 1) y D = (0, 1) en dos recintos.

a) Dibuja dichos recintos.

b) Halla el área de cada uno de ellos.

Solución:

$A_1 \approx 0{,}943\ u^2$

$A_2 \approx 1{,}057\ u^2$

2.- **Sea** $I = \int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$

a) **Calcula el valor de *I*. (puedes utilizar el cambio de variable** $t = 1 + x^2$

Solución: $\frac{2\sqrt{5}+2}{3}$

3.- Sea $f(x) = \frac{1}{x - x^2}$

a) Determinar su dominio.

b) Estudiar si f(x) es una función simétrica respecto al origen de coordenadas.

c) Obtener el área encerrada por f(x) y el eje OX entre x = 1/4 y x = 3/4.

Solución:

a) El dominio de f(x) es el conjunto de los reales excepto x =1, y x =0
b) No es simetrica respecto origen de coordenadas pues $f(-x) \neq -f(x)$
c) $A = \ln 9 \approx 2{,}20\ u^2$

4.- Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función $f(x) = \begin{cases} 6 - \dfrac{x}{2}, & x < 2 \\ x^2 + kx, & x \geq 2 \end{cases}$ **según los valores de k.**

Solución: Continua en todo su dominio para k = 1/2.

No es derivable en x = 2 para ningún valor de k.

5.- **Considera la función *f* : R → R definida por** $f(x) = \begin{cases} x+2 & si & x < -1 \\ -1/x & si & -1 \leq x < 0 \\ x^2 & si & x \geq 0 \end{cases}$**.**

a) Determina si la función es continua en los puntos x = –1 y x = 0.

b) En el intervalo (–1,0) estudia si f crece o decrece, su curvatura y si tiene asíntotas.

c) Razona si la función es derivable en x = –1 y dibuja su gráfica para $x \in [-2,0]$**.**

Solución:

Es continua en x = –1, no es continua en x = 0.

La función es creciente, cóncava ($\cup$) y tiene una asíntota vertical en ese intervalo.

La función es continua y derivable en x = –1.

6.-

a) **Calcular** $\lim_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{\ln(1+x)} - \dfrac{1}{x} \right)$.

b) **Calcula** $\mathit{lím}_{x \to 0} \dfrac{sen^2(2x)}{x^3 + x^2}$.

c) Calcula $\lim_{x \to 0} \dfrac{(e^x - 1)^2}{e^{x^2} - 1}$.

Solución: a) 1/2 b) 4 c) 1

7.- **Calcula los valores del parámetro a, a≠0, que hacen que las tangentes a la curva de ecuación $y=ax^4 + 2ax^3 - ax + 1512$ en los puntos de inflexión sean perpendiculares.**

Solución:

Los puntos de inflexión $\rightarrow$ x = 0, x = –1

Orientación:

El valor de la pendiente de la recta tangente en x = 0 o x = –1 será la derivada primera. Por otro lado las rectas tangentes deben ser perpendiculares, por lo que y'(0) = –1/y'(–1).

a = ± 1

8.- **Calcula el valor de la siguiente integral [puede hacerse con el cambio de variable $t = \ln(x)$].**

$\int_1^e \frac{1}{x(1+\ln(x))}dx$, **donde ln denota el logaritmo neperiano.**

Solución: $\ln 2$

9.- **a) Define función continua en un punto. ¿Qué tipo de discontinuidad presenta la función $f(x) = \frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x}$ en $x = 0$?**

b) Calcula los intervalos de crecimiento e decrecimiento, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $g(x) = 2x^3 - 3x^2$.

c) Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de $g(x) = 2x^3 - 3x^2$ y la recta $y = 2x$.

Solución:

a) Discontinuidad evitable en x = 0
b) En (0, 0) hay un máximo relativo, en (1, –1) hay un mínimo relativo y un punto de inflexión para x = $\frac{1}{2}$.
c) $A = \frac{131}{32}u^2$

10.- **Prova raonadament que l'equació $x^3 - 3x + 1 = 0$ té una única solució dins l'intèrval obert]1, 2[. Ubica-la amb un error menor que una dècima.**

Solució:

Aplicació Teorema de Bolzano.

$f(1,5) = -0,125$ i $f(1,6) = 0,296$ → es troba en]1.5, 1.6[