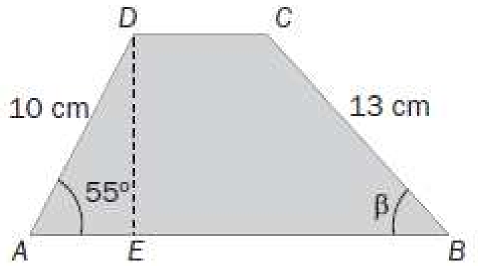
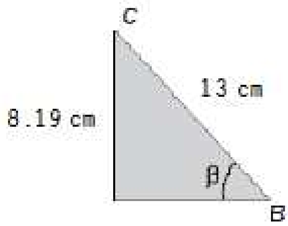
TRIGONOMETRIA 1r BAT A

1.- Esbrina les longituds dels segments $\overline{AE}$ i $\overline{DE}$ i l'angle β en la figura



Si utilitzem $\sin 55 = \dfrac{\overline{DE}}{10}$ $\quad \overline{DE} = 10 \cdot \sin 55 = 8.19\ cm$

Si utilitzem $\cos 55 = \dfrac{\overline{AE}}{10}$ $\quad \overline{AE} = 10 \cdot \cos 55 = 5.74\ cm$



Si utilitzem $\sin\beta = \dfrac{8.19}{13} \rightarrow \beta = \arcsin(\dfrac{8.19}{13}) = 39^o\ 3'$

2.- Resol l' equació: $\sin^2 x + 2\cos^2 x = \dfrac{7}{4}$

Com que m'apareixen dues raons, utilitzaré el teorema fonamental de la trigonometria:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \rightarrow \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ i substituiré en l'equació:

$1 - \cos^2 x + 2\cos^2 x = \dfrac{7}{4} \qquad \rightarrow \qquad \cos^2 x = \dfrac{7}{4} - 1 = \dfrac{3}{4}$

$$\cos x = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} x = a\cos\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 30^o,\ \ 330^o \\ x = a\cos\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 150^o,\ \ 210^o \end{cases}$$

3.- De l'angle α sabem que $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ i que $90^o < \alpha < 180^o$

Calcula de dues maneres diferents (teorema fonamental i calculadora) les altres raons trigonomètriques.

1 FORMA: Teorema Fonamental Trigonometria

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16} \quad \rightarrow \quad \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm\frac{3}{4}$

Agafaré la resposta negativa ja que el cosinus al segon quadrant és negatiu.

Per tant: $\cos\alpha = -\frac{3}{4}$

Per a calcular la tangent: $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}} = \frac{-\sqrt{7}}{3}$

2 FORMA: Calculadora

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ i que $90^o < \alpha < 180^o \quad \rightarrow \quad \alpha = \mathrm{asin}\left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right) = 41^o 24' 35''$

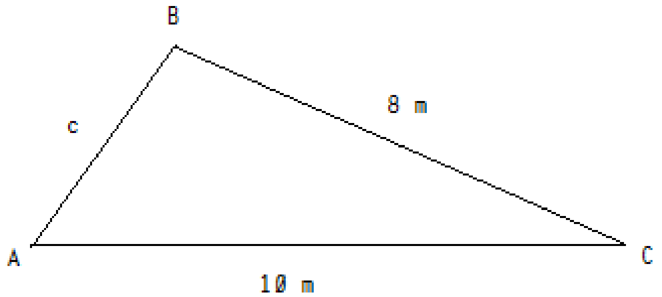
Però com que el meu angle està al segon quadrant tindrem que:

$\alpha = 180^o - 41^o\ 24'\ 3'' = 138^o\ 35'\ 25''$

Ara amb l'angle calculem les raons trigonomètriques fent ús de la calculadora:

$\cos(138^o 35'\ 25'') = -0.75$
$\tan(138^o 35'\ 25'') = -0.8819$

4.- En un triangle ABC sabem que $\widehat{B} = 2\widehat{A}$, $a = 8\ m$ i $b = 10\ m$. Calcula els angles i el costat c.



Utilitzaré el teorema del sinus

$$\frac{8}{\sin\widehat{A}} = \frac{10}{\sin\widehat{B}} \quad \rightarrow \quad \frac{8}{\sin\widehat{A}} = \frac{10}{\sin 2\widehat{A}}$$ i recorde el sinus de l'angle doble

$$\sin 2\widehat{A} = 2\cdot \sin\widehat{A}\cdot \cos\widehat{A}$$

Substituim i tindrem: $\frac{8}{\sin\widehat{A}} = \frac{10}{2\cdot \sin\widehat{A}\cdot \cos\widehat{A}} \quad \rightarrow \quad 16\cdot \sin\widehat{A}\cdot \cos\widehat{A} = 10\cdot \sin\widehat{A}$

$$16\cdot \sin\widehat{A}\cdot \cos\widehat{A} - 10\cdot \sin\widehat{A} = 0 \quad \rightarrow \quad \sin\widehat{A}\cdot\left(16\cdot \cos\widehat{A} - 10\right) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin\widehat{A} = 0 \\ 16\cdot \cos\widehat{A} - 10 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \widehat{A} = 0^{\circ} \quad \text{no vàlida} \\ \cos\widehat{A} = \frac{10}{16} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \widehat{A} = a\cos\left(\frac{10}{16}\right) = 51^{\circ}19'\ 4'' \end{cases}$$

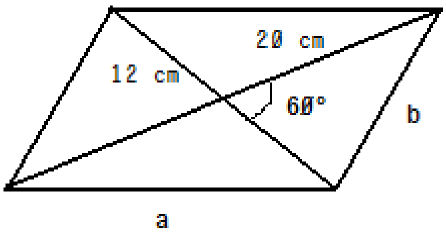
Aleshores: $\widehat{B} = 2\widehat{A} = 102^{\circ}\ 38'\ 8''$

I el tercer angle: $\widehat{C} = 180^{\circ} - \widehat{A} - \widehat{B} = 26^{\circ}\ 2'\ 48''$

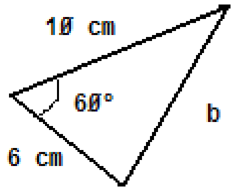
Podrem calcular el costat c que ens falta a partir del teorema del sinus o el teorema del cosinus.

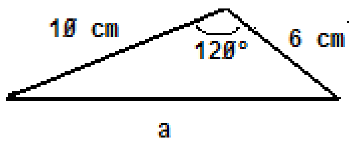
$$\frac{8}{\sin 51^{\circ}19'\ 4''} = \frac{c}{\sin 26^{\circ}\ 2'\ 48''} \quad \rightarrow \quad c = \frac{8\cdot \sin 26^{\circ}\ 2'\ 48''}{\sin 51^{\circ}\ 19'\ 4''} = 4.5\ m$$

5.- Les diagonals d'un paral lelogram mesuren 20 cm i 12 cm, respectivament i l'angle que hi formen és de 60º. Troba la longitud dels costats del paral lelogram , els angles i l'àrea.



Serà suficient treballar amb els triangles:





I aplicar en cadascun el teorema del cosinus.