

1 Nombres reals

CRITERIS D'AVUACIÓ

A. Obtenir aproximacions decimals dels nombres reals i saber determinar o fitar l'error comés.

B. Trobar la fracció generatriu dels nombres decimals periòdics i representar nombres reals en la recta real.

C. Representar intervals de nombres reals i definir, mitjançant intervals, determinats subconjunts de nombres reals.

D. Expressar, mitjançant intervals o entorns, els subconjunts de nombres reals que verifiquen una desigualtat.

E. Operar amb radicals, efectuar simplificacions d'aquests i expressar-los en forma de potència.

F. Calcular nombres combinatoris i efectuar desenvolupaments amb el binomi de Newton.

G. Operar amb logaritmes, aplicar-ne les propietats i transformar expressions algebraiques en logarítmiques i viceversa.

ACTIVITATS D'AVUACIÓ

1. Escriu aquests nombres reals mitjançant una expressió decimal utilitzant quatre xifres significatives. Indica la fita d'error que es comet en cada cas i classifica cadascun dels nombres segons que siga racional o irracional.

a) $\frac{456}{7}$ b) π^5 c) $\sqrt{25 - \frac{19}{4}}$ d) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

2. Esbrina la fracció generatriu dels nombres decimals següents i expressa-la en forma irreductible.

a) 0,123123123... b) 12,625 c) 7,0014444...

3. Representa exactament en la recta real (utilitzant instruments de dibuix) aquests nombres reals.

a) $\frac{25}{7}$ b) $-4 + \frac{2}{3}$ c) $\sqrt{13}$ d) $\sqrt{21}$

4. a) Representa en la recta real els intervals següents.

$I_1 = (-\infty, 4]$ $I_2 = [0, 5)$ $I_3 = (1, +\infty)$

b) Representa i expressa, mitjançant un interval, el conjunt numèric definit per la intersecció dels tres intervals anteriors, és a dir, $I_1 \cap I_2 \cap I_3$.

5. Expressa com un entorn els següents conjunts de nombres reals i indica'n el centre i el radi.

a) $A = (3, 17)$ b) $B = (-2,84; 4,06)$ c) $C = \{x \in \mathbf{R}, |x - 5| < 0,02\}$

6. Expressa com a radicals semblants i efectua'n les sumes.

a) $2\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 15\sqrt{3}$ b) $5\sqrt[3]{54} - 10\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{16}$

7. Comprova, efectuant transformacions adequades, que aquestes expressions radicals representen un mateix nombre real.

a) $\sqrt{\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) : \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$ c) $\frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
 b) $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ d) $\sqrt{2} - 1$

8. Calcula els nombres combinatoris i comprova que $\binom{18}{6} + \binom{18}{11} = \binom{19}{7}$.

9. Calcula mitjançant el desenvolupament del binomi de Newton: $(1 + \sqrt{2})^8$

10. Escriu el valor dels logaritmes següents i justifica la resposta.

a) $\log_7 49 =$ b) $\log 1000 =$ c) $\log_5 625 =$ d) $\log_2 \left(\frac{1}{32}\right) =$

11. Converteix aquestes expressions algebraiques en logarítmiques, i pren logaritmes neperians en la primera i logaritmes decimals en la segona.

a) $A = \sqrt{\frac{a^3 \cdot b}{3}}$ b) $B = \left(\frac{k^2}{10}\right)^3$

2

Equacions, sistemes i inequacions

CRITERIS D'AVUACIÓ

ACTIVITATS D'AVUACIÓ

A. Efectuar correctament operacions amb polinomis i, en particular, la divisió entera.

1. El dividend d'una divisió entera de polinomis és

$$P(x) = 2x^4 - 3x^3 + x^2 + 5$$

i se sap que el quocient és $C(x) = x^2 - 3x + 1$. Calcula el polinomi divisor i esbrina el residu de la divisió.

B. Aplicar la regla de Ruffini per a buscar les arrels enteres d'un polinomi, trobar valors numèrics i descompondre'ls en factors.

2. Troba les arrels del polinomi $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 3x + 18$, efectua'n la descomposició factorial i expressa tots els factors en nombres enters.

3. El valor numèric del polinomi $A(x) = x^3 + kx^2 - 5x + m$ per a $x = 2$ és -15 , la divisió $A(x) : (x + 1)$ és 6. Calcula el valor de k i de m .

C. Simplificar i efectuar operacions amb fraccions algebraiques.

4. Simplifica les fraccions algebraiques següents.

a) $\frac{x^3 - x}{x^4 - 2x^3 + x^2}$

b) $\frac{x^3a^2 - a^2 - x^5 + x^2}{a^2x^2 + x^2 - a^2 - x^4}$

5. Fes les operacions següents amb fraccions algebraiques i simplifica'n el resultat.

a) $\left(\frac{x}{y} + 1\right) : \frac{x^2 - y^2}{xy - y^2}$

b) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) \cdot \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \cdot \left(\frac{xy}{x^2 - y^2}\right)$

D. Resoldre equacions polinòmiques, racionals, radicals, logarítmiques i exponencials.

6. Resol les equacions següents.

a) $\frac{2x + 4}{3} - \frac{2(x - 4)}{5} = 3 - \frac{3x + 15}{15}$

b) $\sqrt{2x - 1} + \sqrt{x + 4} = 6$

7. Troba les solucions de les equacions següents.

a) $\log(x - 2) + \log(x - 3) = 1 - \log 5$

b) $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$

E. Resoldre sistemes d'equacions polinòmiques lineals i de segon grau.

8. Resol per qualsevol mètode els sistemes d'equacions següents.

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ x - 5y = -8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y = -1 \\ y^2 - 2x^2 = 7 \end{cases}$

9. Resol pel mètode de Gauss: $\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x + 3y - 2z = 10 \\ 4x - 3y + 2z = 0 \end{cases}$

10. La raó de dos nombres és $\frac{3}{4}$. Si s'augmenta 10 unitats cadascun d'aquests, la raó augmenta $\frac{1}{12}$. Quins són aquests nombres?

F. Resoldre inequacions polinòmiques i racionals senzilles.

11. Resol aquestes inequacions i representa el conjunt solució en la recta real.

a) $\frac{2x - 3}{2} - (x + 1) \leq 3x - \frac{2 + x}{3}$

b) $\frac{x + 7}{2x + 5} \geq 1$

3 Trigonometria

CRITERIS D'AVUACIÓ

A. Calcular les raons trigonomètriques dels angles aguts d'un triangle rectangle. Obtenir angles i distàncies en situacions quotidianes.

B. Relacionar entre si les raons trigonomètriques d'un angle i amb les raons d'altres angles de diferents quadrants.

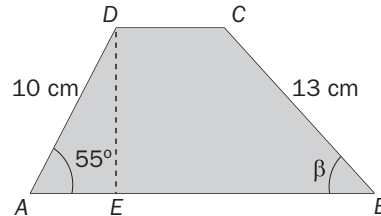
C. Simplificar i comprovar expressions trigonomètriques i resoldre equacions trigonomètriques senzilles.

D. Resoldre triangles de qualsevol tipus aplicant els teoremes i les propietats adequades per a cada cas.

E. Resoldre problemes de geometria, topografia i de la vida quotidiana i reduir-los a problemes de triangles.

ACTIVITATS D'AVUACIÓ

1. Esbrina les longituds dels segments AE i DE i el valor de l'angle β en la figura.



2. Quan l'angle d'elevació del sol sobre l'horitzó és de 40° , l'ombra que projecta una gran esfera és de 28 m. Calcula el diàmetre de l'esfera.

3. Sabent que $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ i que $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, determina la resta de raons trigonomètriques de l'angle α .

4. Determina set angles més compresos entre 0° i 360° que tinguen el sinus o el cosinus igual o oposat al $\cos 121^\circ$.

5. Comprova les identitats següents.

a) $\frac{\sin 2a}{1 + \cos 2a} = \operatorname{tg} a$ b) $\sin^2 x + \sin^2 y = 1 - 2 \cos(x + y) \cdot \cos(x - y)$

6. Resol aquesta equació trigonomètrica i expressa'n les solucions en el sistema sexagesimal i en radians.

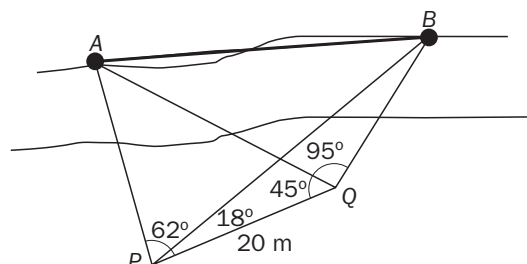
$$2 \cos x + 4 \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 3$$

7. D'un determinat triangle es coneixen els elements següents: $a = 12$ cm, $b = 10$ cm, i l'àrea, que és $S = 40$ cm². Determina els angles, la longitud del tercer costat i la longitud de l'altura sobre el costat major.

8. En el triangle ABC sabem que $\widehat{B} = 2\widehat{A}$, $a = 8$ m i $b = 10$ m. Calcula l'àrea, els angles i el costat c del triangle.

9. Les diagonals d'un paral·lelogram mesuren 12 i 20 cm, respectivament, i l'angle que hi formen és de 60° . Troba la longitud dels costats del paral·lelogram, els angles i l'àrea.

10. Per a determinar la distància entre dos punts inaccessibles A i B , prenem des d'altres punts P i Q , situats en el mateix pla que A i B , les mesures indicades en la figura. Calcula la distància entre els punts A i B .



MATERIAL FOTOCOPIABLE

4 Vectors

CRITERIS D'AVUACIÓ

A. Trobar vectors equipol·lents a un de donat i determinar les coordenades (en la base canònica) del vector lliure que defineixen els vectors equipol·lents entre si.

B. Utilitzar els criteris d'equipol·lència per a resoldre problemes de paral·lelograms.

C. Operar correctament amb vectors lliures (suma, producte per escalars i producte escalar).

D. Expressar un vector com a combinació lineal d'altres.

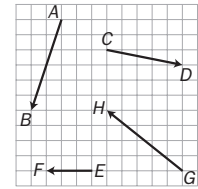
E. Calcular l'angle entre dos vectors i determinar vectors ortogonals a un de donat.

F. Trobar les coordenades del vector que determinen dos punts i les coordenades de punts a partir del seu vector de posició.

G. Efectuar demostracions de relacions geomètriques utilitzant vectors.

ACTIVITATS D'AVUACIÓ

1. Considerant com a unitat el costat de la quadrícula, esbrina el parell de nombres reals (coordenades) que ens determina la direcció i el sentit de cadascun dels vectors de la figura.



Calcula el mòdul de cadascun.

2. Els vectors \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{MN} són representants del vector lliure $\vec{u} = (-4, 2)$. Determina les coordenades dels punts A i N si $B(5, 1)$ i $M(-6, -2)$. Quin és el mòdul d'aquests vectors?

3. Els punts $A(-21, -7)$, $B(15, -15)$, $C(32, 0)$ i D són els vèrtexs del paral·lelogram $ABCD$. Determina les coordenades del punt D , les coordenades del centre del paral·lelogram i la longitud dels costats. Quines serien les coordenades del punt D si el paral·lelogram fóra $ACBD$?

4. Considerant els vectors lliures $\vec{u} = (3, -1)$, $\vec{v} = (-4, 2)$ i $\vec{w} = (0, -4)$, efectua les operacions següents.

- a) $2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w}$
- b) $(2\vec{u}) \cdot \vec{v}$
- c) $(3\vec{w}) \cdot (\vec{v} - 2\vec{u})$
- d) $3(\vec{w} \cdot \vec{v}) - 6(\vec{w} \cdot \vec{u})$

5. Tenim dos vectors lliures: $\vec{u} = (-5, 2)$ i $\vec{v} = (k, -3)$. Calcula el valor de k en els casos següents.

- a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 19$
- b) $(2\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 0$
- c) Els vectors \vec{u} i \vec{v} són ortogonals.
- d) Els vectors \vec{u} i \vec{v} tenen la mateixa direcció.

6. Expressa el vector $\vec{t} = (11, 5)$ com a combinació lineal dels vectors $\vec{u} = (2, -1)$ i $\vec{v} = (1, 3)$. Si considerem $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ com una base de V_2 , quines són les coordenades del vector \vec{t} en aquesta base? Representa gràficament el vector \vec{t} com a combinació lineal de \vec{u} i \vec{v} .

7. Considerant el triangle de vèrtexs $A(-4, -2)$, $B(3, 0)$ i $C(1, 3)$, esbrina la mesura dels tres angles del triangle.

8. Si tenim el vector $\vec{u} = (-5, 2)$, determina:

- a) Un vector unitari amb la mateixa direcció i sentit que \vec{u} .
- b) Dos vectors de mòdul $\sqrt{116}$ i ortogonals al vector \vec{u} .

9. Determina les coordenades de quatre punts A, B, C i D que divideixen el segment MN en cinc parts iguals, coneixent $M(-7, 11)$ i $N(3, -4)$.

10. En una simetria central, de centre $C(5, -3)$, els punts $P(11, 17)$ i Q són simètrics. Quines deuen ser les coordenades del punt Q?

11. Demuestra vectorialment que les diagonals d'un rombe són perpendiculars.

12. Sabent que el baricentre d'un triangle de vèrtexs $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ i $C(c_1, c_2)$ és el punt $G\left(\frac{a_1 + b_1 + c_1}{3}, \frac{a_2 + b_2 + c_2}{3}\right)$, demostra que el baricentre divideix cada mitjana en dos segments, l'un de doble longitud que l'altre.

5 Geometria analítica plana

CRITERIS D'AVUACIÓ

A. Conèixer i saber trobar les distintes formes de l'equació d'una recta, passar de les unes a les altres i determinar amb aquestes punts de la recta i el vector director.

B. Esbrinar l'angle entre dues rectes.

C. Resoldre problemes de paral·lisme, perpendicularitat i intersecció de rectes.

D. Calcular projeccions de punts i segments sobre una recta.

E. Calcular la distància entre dos punts, entre una recta i un punt i entre dues rectes.

F. Determinar l'equació de la mediatriu d'un segment i la de la bisectriu de dues rectes com a llocs geomètrics.

ACTIVITATS D'AVUACIÓ

- En cada cas, esbrina les equacions general i explícita de la recta i indica'n el pendent i l'ordenada en l'origen.
 - Passa per $A(-2, 5)$ i té la direcció del vector $\vec{u} = (2, 1)$.
 - Passa pels punts $A(0, 3)$ i $B(2, -1)$.
- Es considera la recta d'equació $4x - 3y + 12 = 0$. Calcula:
 - Un punt i un vector director d'aquesta.
 - L'ordenada en l'origen, el pendent i l'angle que forma amb l'eix X .

- Calcula l'angle que formen les rectes $r: 5x + 2y - 1 = 0$ i $s: y = \frac{1}{3}x - 8$.
Quines coordenades té el vèrtex de l'angle que determinen?

- Les rectes $r: x - 2y + 7 = 0$ i $s: 6x + ky + 12 = 0$ són paral·leles. Calcula el valor del coeficient k i les coordenades dels punts en què les rectes tallen l'eix Y .
- Dos costats d'un paral·lelogram estan compresos en les rectes $r: x + 2y - 3 = 0$ i $s: 3x - 5y + 10 = 0$, i un dels vèrtexs és el punt $P(7, 1)$. Esbrina l'equació de les dues rectes que defineixen els altres costats del paral·lelogram.
- Les rectes $r: x - 2y + 7 = 0$ i $s: 6x + ky + 12 = 0$ són perpendiculars. Calcula el valor del coeficient k i determina les coordenades del punt en què es tallen.
- Es tenen les rectes $r_1: 2x + y - 10 = 0$ i $r_2: 6x + 3y + 15 = 0$.
 - Justifica que són paral·leles.
 - Troba l'equació de la recta, que passa per l'origen i les talla perpendicularment i els corresponents punts de tall.

- Calcula les coordenades del punt simètric de $P(3, -2)$ respecte de la recta d'equació $2x + y - 14 = 0$.
- Quina longitud té la projecció del segment AB sobre la recta $2x + 5y - 1 = 0$, si $A(7, 3)$ i $B(3, 6)$?

- Els vèrtexs d'un triangle són els punts $A(-3, 0)$, $B(5, -2)$ i $C(3, 7)$. Calcula la longitud de l'altura del triangle sobre el costat AB .
- Determina l'equació de les rectes paral·leles a $r: 2x + y - 10 = 0$ i que disten d'aquesta 3 unitats.

- Determina l'equació del lloc geomètric dels punts del pla que equidisten dels punts $A(-3, 0)$ i $B(5, -2)$.
- Esbrina l'equació de la bisectriu, de pendent positiu, de l'angle que determinen les rectes $r_1: x + y - 5 = 0$ i $r_2: 4x - 3y + 15 = 0$.

7

Nombres complexos

CRITERIS D'AVALUACIÓ

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ

A. Resoldre equacions de segon grau amb el discriminant negatiu.

- En cada cas, resol l'equació i representa'n gràficament les solucions.
 - $x^2 + 8x + 20 = 0$
 - $x^3 - 5x^2 + 4x - 20 = 0$

B. Efectuar operacions (suma, resta, producte, potència i quocient) amb nombres complexos en forma binòmica.

- Es consideren els complexos $z_1 = -3 + 4i$ i $z_2 = 1 + 3i$. Determina:
 - El mòdul de z_1 , z_2 , $(z_1 + z_2)$ i $(z_1 - z_2)$
 - El quocient $\frac{z_1 + z_2}{z_2}$
- Determina un nombre complex z que verifiqui $\frac{z \cdot (4 - 5i) + (-3 + i)}{1 - i} = 3 + 3i$ i calcula després z^4 .

C. Obtenir les parts real i imaginària, el mòdul i l'argument d'un nombre complex amb determinades condicions.

- Esbrina en cada cas el valor del nombre real k perquè el quocient $\frac{10 + 20i}{k - 3i}$ siga:
 - Un nombre real.
 - Un nombre complex de mòdul $2\sqrt{5}$.
- L'argument del nombre complex $2 + ki$ és $\frac{5\pi}{3}$. Quin n'és el mòdul?

D. Escriure un nombre complex en totes les formes conegudes, i saber passar de les unes a les altres.

- Expressa en forma polar aquests nombres complexos.

a) $2i$	c) $-3 - \sqrt{27}i$
b) -4	d) $\frac{5\sqrt{3}}{7} - \frac{5}{7}i$

E. Operar correctament en forma polar.

- Es considera el complex $z = -8 - 8\sqrt{3}i$. Determina:
 - $\sqrt[4]{z}$ en forma polar.
 - Els afixos de les arrels trobades en l'apartat anterior.
 - L'àrea del polígon regular els vèrtexs del qual són aquests afixos.
- Calcula $(-1 + \sqrt{3}i)^6$ i expressa el resultat en forma binòmica

8

Funcions, límits i continuïtat

CRITERIS D'AVALUACIÓ

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ

A. Obtenir el domini i el recorregut de funcions.

- En un cercle de 8 cm de radi s'inscriu un rectangle de base $2x$. Expressa en funció de la base l'àrea del rectangle. Quin és el domini d'aquesta funció?
- Calcula el domini de les funcions següents.
a) $f(x) = 1 - \sqrt{x - 3}$ b) $f(x) = \frac{3}{x^2 - 4}$ c) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$
- Esbrina el domini i el recorregut de les funcions següents.
a) $f(x) = x^2 - 2x$ b) $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$

B. Trobar les funcions que resulten en efectuar operacions amb altres funcions més elementals, així com determinar la correspondència inversa d'una funció donada.

- Donades les funcions $f(x) = \frac{2}{x - 3}$, $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^2 + 1$, calcula:
a) $[(f + h) \circ g](4)$ b) $(h \circ g \circ h)(x)$ c) $(f \circ h \circ g)(x)$
- Les funcions següents s'obtenen com a composició d'unes altres elementals com són $f_1(x) = \sqrt{x}$, $f_2(x) = \sin x$, $f_3(x) = x^2$, $f_4(x) = \ln x$, $f_5(x) = 2x - 1$. Indica com s'han obtingut:
a) $g(x) = 2 \sin \sqrt{x} - 1$ c) $j(x) = \sin^2 x$
b) $h(x) = \ln \sqrt{\sin(2x - 1)}$ d) $k(x) = \sin(\ln(x^2))$
- Calcula la inversa de la funció $f(x) = \frac{2x + 4}{x - 1}$.

C. Obtenir els límits laterals d'una funció en un punt i determinar l'existència o inexistència del límit.

- Calcula els límits següents de funcions polinòmiques.
a) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 2x - 3)$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 4x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^5 + x^3 + 2)$
- Calcula els límits laterals següents.
a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 2}{x^2}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x - 2}{x^2}$

D. Calcular límits de funcions i de successions, i resoldre indeterminacions.

- Calcula els límits de les funcions i successions racionals següents.
a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (x + 1)^2}{x^2 - x}$ b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2n^2}{n^2 + n + 1}$
- Calcula aquests límits
a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1})$

E. Determinar i classificar les discontinuïtats d'una funció definida a trossos o no i esbossar-ne el gràfic.

- Una funció $f(x)$ està determinada per l'expressió $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{2x^2 - 5x - 3}$ si $x \neq 3$. Com elegiries el valor de $f(3)$ perquè la funció fóra contínua en aquest punt? Quedaria algun punt més de discontinuïtat? Quin tipus de discontinuïtat presenta?
- Calcula els valors de a i b perquè la funció $f(x)$ siga contínua per a tot valor real. Representa-la.
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 1 \\ ax + b & \text{si } 1 \leq x \leq 3 \\ -2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

F. Buscar i determinar les asímptotes d'una funció, així com la seua posició relativa respecte de la corba.

- Determina les asímptotes paral·leles a l'eix d'ordenades (verticals) de les funcions i la posició de la corba respecte d'aquestes.
a) $f(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$ b) $f(x) = \frac{1 - x}{(x - 3)^2}$
- Calcula l'asímtota horitzontal de la funció $f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 7}{x^2 + 1}$, la seua posició relativa respecte de la corba i els punts de tall si n'hi haguera.

MATERIAL FOTOCOPIABLE

9 Funcions elementals

CRITERIS D'AVALUACIÓ

A. Representar d'una manera aproximada la gràfica d'una funció tenint en compte el domini, els punts de tall amb els eixos, el signe i les asymptotes.

B. Esbrinar si una funció és simètrica o periòdica, i si escau, indicar el tipus de simetria i el període principal.

C. Dibuixar, d'una manera aproximada, la gràfica d'una funció polinòmica fàcilment factoritzable i esbrinar l'expressió algebraica d'una funció polinòmica de la qual coneixem un nombre suficient de dades.

D. Reconèixer i esbossar les gràfiques de funcions logarítmiques, exponencials i racionals.

E. Identificar i interpretar les constants de funcions trigonomètriques del tipus $y = b + A \cdot \sin(\omega(x - c))$ i efectuar-ne la representació gràfica.

F. Construir funcions per translació i dilatació d'altres.

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ

1. Calcula el domini de les funcions següents.

a) $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 5}$ b) $g(x) = \sqrt{2 - 5x}$ c) $k(x) = \sqrt{\frac{x + 5}{2x - 3}}$

2. Per a les funcions següents, determina els punts de tall amb els eixos, el signe, les asymptotes i esbossa'n la representació gràfica.

a) $f(x) = (x + 3)(x - 1)(x - 5)$ b) $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$

3. Justifica que la funció $f(x) = 2(x - E(x))$ és periòdica. Calcula'n el període principal i efectua la representació gràfica per a $0 \leq x \leq 5$.

*La funció $E(x)$ "part entera de x " representa el nombre enter més gran, n , de manera que $n \leq x$.

4. Indica i justifica el tipus de simetria que tenen les funcions següents.

a) $f(x) = x^3 + 5x$ b) $g(x) = \frac{5}{x^2 + 1}$ c) $h(x) = 2^x - 2^{-x}$

5. Aquesta taula de valors correspon a una funció polinòmica de segon grau. Determina'n l'expressió i completa la taula de valors.

x	1	2	3	4		6
y	-1	0	3		80	

6. Es considera la funció $f(x) = 3 - 2^x$. Determina'n:

- a) El recorregut. c) La representació gràfica.
b) Els punts de tall amb els eixos.

7. Representa gràficament la funció $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$ utilitzant, per a fer-ho, els punts de tall amb els eixos, les asymptotes, el signe i, si cal, una petita taula de valors.

8. Estudia el signe i esbossa la gràfica de les funcions següents.

a) $f(x) = \frac{(x + 3)^2(x - 3)^2}{x^2(x - 1)}$ b) $g(x) = \frac{x^3 - 4x^2 - 12x}{x^2 - 4x + 4}$

9. La profunditat de l'aigua en un port, mesurada en metres, està determinada per la funció $f(t) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 7$, on la variable t està en hores.

- a) Determina la profunditat màxima, mínima i mitjana del port.
b) Esbrina el període de la funció i interpreta'n el resultat.
c) Quina profunditat deu tenir l'aigua del port per a $t = 30$ hores?
d) Representa gràficament la funció per a $0 \leq t \leq 24$.

10. Es considera la funció $f(x) = -2 + \cos 2x$, definida en l'interval $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Calcula'n el recorregut. Determina'n la funció inversa $f^{-1}(x)$ i, a partir de la gràfica de la funció $f(x)$, dedueix com serà la gràfica de la funció $f^{-1}(x)$.

11. A partir de la gràfica de la funció $f(x) = x^2 - 2x + 1$, dibuixa la de la funció $g(x) = 4[f(2x) - 3]$.

10 Derivades

CRITERIS D'AVUACIÓ

A. Calcular la taxa de variació mitjana d'una funció en un interval i la taxa de variació instantània en un punt.

B. Determinar la derivada d'una funció en un punt, interpretar-la com el pendent de la tangent a una corba en un punt i calcular-ne l'equació.

C. Estudiar i determinar les condicions de continuïtat i de derivabilitat d'una funció.

D. Obtenir, mitjançant l'aplicació de les regles de derivar, la derivada de funcions que s'aconsegueixen operant amb funcions elementals.

E. Determinar els extrems relatius d'una funció i els intervals de monotonia.

F. Plantejar i resoldre problemes d'optimització, en especial, els relacionats amb la geometria.

ACTIVITATS D'AVUACIÓ

1. Calcula la taxa de variació mitjana de la funció $f(x) = 2x^2 + x + 3$ en els intervals $[-2, -1]$ i $[1, 3]$.

2. Calcula la taxa de variació mitjana de la funció $f(x) = \frac{3}{x+5}$ en l'interval $[x, x+h]$.

3. L'espai, en metres, recorregut per un mòbil està expressat per la funció $s(t) = 4t^2 - t$, t en segons.

- a) Esbrina la velocitat mitjana del mòbil en els tres primers segons de recorregut.
- b) Obtén la velocitat instantània per a $t = 1$ segon.

4. Obtén, aplicant la definició, el pendent de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = 2x^2 - 3x$ en el punt d'abscissa $x = 2$. Quina és l'equació de la tangent? Quin angle forma la tangent amb l'eix X ?

5. Esbrina l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = \frac{1}{x+1}$ en el punt d'abscissa $x = 0$. En quin punt talla aquesta recta l'eix X ?

6. La funció $f(x) = x|x-2|$ és contínua en tota la recta real. Justifica que, en canvi, no és derivable en $x = 2$, i calcula les derivades laterals en aquest punt $f'(2^-)$ i $f'(2^+)$.

7. Donades dues funcions $f(x)$ i $g(x)$ de les quals es coneix $f(-2) = 3$, $g(-2) = -1$, $g'(-2) = 7$, $g'(3) = -5$, $f'(3) = 0$ i $f'(-2) = 6$, $f'(-1) = -3$, calcula:

- a) $(f+g)'(3)$ b) $(f \cdot g)'(-2)$ c) $\left(\frac{f}{g}\right)'(-2)$ d) $(f \circ g)'(-2)$ e) $(g \circ f)'(-2)$

8. Calcula la funció derivada de les funcions següents.

- a) $f(x) = (3x - 4)(2 - 5x)$
- b) $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$
- c) $h(x) = (x^2 - 3x + 5)^5$

9. Estudia els intervals de creixement, decreixement i extrems relatius de la funció $f(x) = x^3 - 3x^2$.

10. Calcula els valors de a i b perquè la funció $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ tinga un mínim relatiu en el punt $(1, -1)$.

11. Determina el domini, el creixement i els extrems relatius de la funció $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

12. Descompon el nombre 8 en dos sumands no negatius de manera que la suma del cub del primer amb el triple del segon siga mínima. Quina seria la descomposició que fa màxima aquesta suma?

13. Determina les dimensions del rectangle (d'àrea màxima) inscrit en el triangle isòsceles de costat desigual 8 cm i altura sobre aquest costat de 10 cm. Quina és aquesta àrea?

11

Derivades i representació gràfica

CRITERIS D'AVALUACIÓ

A. Obtenir la funció derivada de qualsevol funció i calcular el valor de la derivada en qualsevol punt.

B. Determinar els punts en què les derivades d'una funció compleixen una determinada condició.

C. Determinar els extrems relatius d'una funció i els intervals de monotonia.

D. Determinar els punts d'inflexió d'una funció i els intervals de curvatura.

E. Fer l'estudi complet de les característiques i els punts notables d'una funció.

F. Efectuar la representació gràfica completa d'una funció tant polinòmica com racional.

ACTIVITATS D'AVALUACIÓ

1. Calcula les derivades de les funcions següents.

a) $f(x) = \frac{x^6 - 3x^3 + 9x}{3}$

e) $f(x) = (3 \sin x - 2 \cos x)$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$

f) $f(x) = (-e^x + \operatorname{tg} x)$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}$

g) $f(x) = (e^x + e^{2x})$

d) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

h) $f(x) = x^2 \ln x$

2. Calcula la derivada de les funcions següents en els punts indicats.

a) $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$ en $x = 2$

b) $g(x) = \ln\left(\frac{x}{x-5}\right)$ en $x = 2$ i en $x = -1$

3. Esbrina el valor de a perquè la funció $f(x) = x^2 + ax + 1$ tinga un màxim en $x = -1$. Per a aquest valor de a , determina en quin punt de la gràfica de f la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant i escriu l'equació d'aquesta recta tangent.

4. Determina els valors de a , b i c en la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ sabent que té un punt d'inflexió per a $x = 2$, la tangent en el punt d'abscissa $x = 4$ és paral·lela a la recta $y = -15(x + 2)$ i passa pel punt $P(1, -25)$.

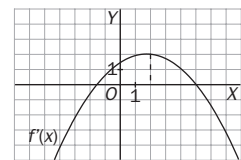
5. Determina les arrels, els intervals de monotonia i els extrems relatius de les funcions següents.

a) $f(x) = \frac{x-2}{2x^2}$

b) $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{4x}$

6. La gràfica de la figura correspon a la derivada de la funció $f(x)$. Determina els intervals de monotonia de la funció $f(x)$, els punts en els quals es troben els extrems relatius, la curvatura i els punts d'inflexió.



7. Estudia la monotonia i la curvatura, i determina els extrems relatius i els punts d'inflexió de les funcions següents.

a) $f(x) = \frac{2x^2}{x-2}$

b) $f(x) = \frac{4x}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = x e^x$

8. Fes l'estudi complet (domini, punts de tall amb els eixos, simetria, asímptotes, monotonia, extrems relatius, curvatura i punts d'inflexió) i representa gràficament les funcions següents.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2$

c) $f(x) = \sin x + \cos x \quad x \in [0, 2\pi]$

b) $f(x) = \frac{2x - 6}{x + 1}$

9. Efectua la representació gràfica de les funcions i calcula, per a fer-ho, les característiques que consideres importants en cadascuna.

a) $f(x) = 4x - x^2$

c) $f(x) = \frac{2x}{x+3}$

e) $f(x) = \ln(x+1)$

b) $f(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$

d) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$

f) $f(x) = e^{-x^2}$