2n BATXILLERAT CIÈNCIES: FUNCIONS

EXERCICI 2

Ens donen la funció $f(x) = \sqrt[3]{x^2(x+1)}$
a) Indica en quins punts no és derivable
b) Indica els intervals de creixement i decreixement

a) En primer lloc analitzem el domini. Fixa't que hi ha un radical amb índex imparell, amb un polinomi al radicand.

Aleshores no tindrem cap problema de definició de la funció.

Per tant $domf(x) = \Re$

Per analitzar la derivabilitat aleshores directament calculem la funció derivada:

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x^2(x+1))^2}} \cdot (3x^2+2x) = \frac{x(3x+2)}{3x\sqrt[3]{x(x+1)^2}} = \frac{3x+2}{3\sqrt[3]{x(x+1)^2}}$$

Si et fixes, els valors $x = 0$ i $x = -1$ anul.len el denominador.

Aleshores en aquests dos punts la funció $f(x)$ no és derivable.

b) Analitzem els valors que anul.len la derivada:

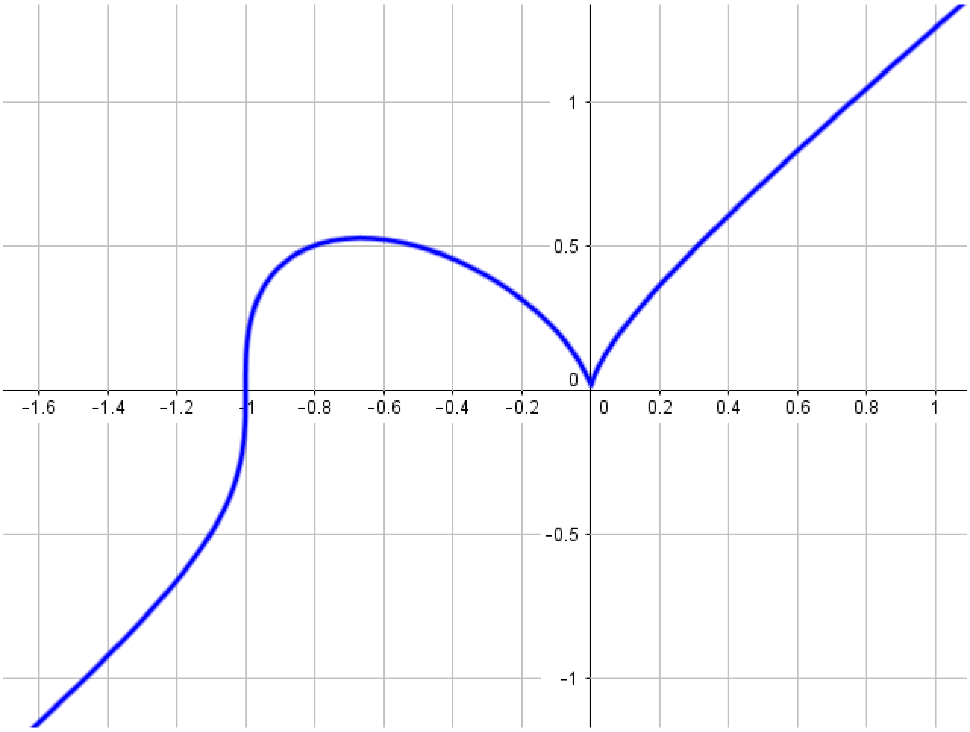
$$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3x+2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-2}{3}$$

Fem una taula on posarem solamen els punts on la funció no és derivable (recorda que hem dit inicialment que $domf(x) = \Re$) i el punt que acabem de trobar que anul.la la derivada.

Analitzarem el signe de la derivada en els diferents intérvals que se'ns generen

	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < \frac{-2}{3}$	$x = \frac{-2}{3}$	$\frac{-2}{3} < x < 0$	$x = 0$	$x > 0$
$f'(x)$	> 0	$--$	> 0	0	< 0	$--$	> 0
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	Max	$\searrow$	0	$\nearrow$

Observem ara la gràfica de la funció:



Observa el punt angulós en $x = 0$ i el punt amb tangent vertical en $x = -1$.